

Reinhold Albers Arithmetik als Prozess, WiSe 05/06  
Übung 2, Lösungsskizzen

1. In der Umgangssprache wird die Aufzählung mehrerer Möglichkeiten mit „und“ dargestellt. In dieser Bedeutung ist der Satz „...  $x = -1$  und  $x = 2$ “ richtig und sinnvoll.
- Im mathematisch logischen Sinn hat „und“ die Bedeutung von „und gleichzeitig“.
- In dieser Bedeutung ist „...  $x = +1$  und  $x = 2$ “ natürlich Unsinn, denn  $x$  kann nicht gleichzeitig zwei verschiedene Werte annehmen.
- Bei einer Betonung der logischen Verknüpfung muss dort „...  $x = -1$  oder  $x = 2$ “ stehen.
- In der umgangssprachlichen Beurteilung klingt das aber „schräg“.

2. Die Bedingung muss man direkt prüfen, also die Marke mit dem (K) umdrehen. Die andere Seite muss eine gerade Zahl zeigen.
- Kontraposition:  $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$
- „Wenn auf der einen Seite eine ungerade Zahl steht, dann steht auf der anderen Seite ein Vokal“
- Also muss auch die (5) umgedreht werden und auf der anderen Seite einen Vokal haben.

A	B	$A \Rightarrow B$	$\Leftrightarrow$	$\neg B \Rightarrow \neg A$		
w	w	w	w	f	w	f
w	f	f	w	w	f	f
f	w	w	w	f	w	w
f	f	w	w	w	w	w
		1.	5.	2.	4.	3.

Beide Implikationen sind äquivalent

- 3 a)  $2u+1, u \in \mathbb{N}_0$  oder  $2u-1, u \in \mathbb{N}$   
 oder jeweils  $u \in \mathbb{Z}$ , wenn man auch negative Zahlen zulässt
- b)  $7u+3, u \in \mathbb{N}_0$
- c)  $10a+(a+1), a \in \{1,2,3,\dots,9\}$
- d)  $100a+10b+c+a+b+c, a \in \{1,2,3,\dots,9\}$   
 $b, c \in \{0,1,2,3,\dots,9\}$

### HAUSÜBUNGEN

4. a) Wenn ich kein Geld mehr habe oder das Wetter schlecht wird, reise ich ab.
- b) REPEAT... UNTIL ( $n \geq 0$ ) or ( $x < 1$ )  
 WHILE ( $n \leq 50$ ) and ( $k \neq n$ ) DO
5. a) ~~ist~~  $(A \text{ oder } B) \Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow B)$   
 Wenn du dich nicht beeilst, dann bekommst du den Zug nicht (mehr) (Satz 4)
- b) Satz 4 ist die Umkehrung von Satz 1  
 Denn wenn Satz 1 die Struktur  $A \Rightarrow B$  hat, dann hat Satz 4 die Struktur  $\neg A \Rightarrow \neg B$   
 Nach der Kontraposition ist  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$   
 Zum letzteren ist  $\neg A \Rightarrow \neg B$  die Umkehrung

c) Wenn du den Zug nicht (mehr) bekommst, dann hast du dich nicht beeilt. (Satz 5)

Du bekommst den Zug oder du hast dich nicht beeilt. (Satz 6)

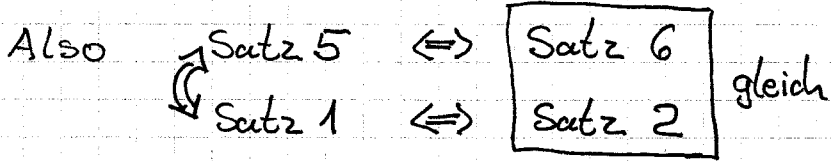
d) Die „Wenn... dann“-Form und die zugehörige „nicht... oder“-Form sind äquivalent.

Also Satz 5  $\Leftrightarrow$  Satz 6

Satz 1  $\Leftrightarrow$  Satz 2

Satz 6 stimmt mit Satz 2 logisch inhaltlich über ein, denn „Nicht beeilen“ und „Zug bekommen“ sind durch ein „oder“ verknüpft

Wenn Satz 2 gleich Satz 6 ist, müssen auch Satz 1 und Satz 5 äquivalent sein. Das sind sie durch Kontraposition



Satz 3  $\Leftrightarrow$  Satz 4 da zugehörige „Wenn... dann“- und „nicht-oder“-Form

Nach b) ist Satz 4 die Umkehrung von Satz 1, also logisch verschieden.

6. a)

A	B	$(A \Leftrightarrow B)$	$\Leftrightarrow$	$((A \Rightarrow B) \text{ und } (B \Rightarrow A))$
w	w	w	w	w
w	f	f	w	f
f	w	f	w	f
f	f	w	w	w
		1.	5.	2.
				4.
				3.

b)

A	B	C	$A \text{ und } (B \text{ od. } C)$	$\Leftrightarrow$	$(A \text{ u. } B) \text{ oder } (A \text{ und } C)$
w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	f
w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	f
f	w	w	f	w	f
f	w	f	f	w	f
f	f	w	f	w	f
f	f	f	f	w	f
			2.	1.	6.
				3.	5.
					4.